

**Lineare Algebra 2024/25**  
**Klausur 3, Vorschlag vom Copiloten**

Prompt:

Entwerf eine Klausur für das Mathe-Studium zu folgenden Themen: Matrizen, Determinante, lineare Gleichungssysteme und Eigenwerte von Vektorraumhomomorphismen. Die Klausur soll 90 Minuten lang dauern und ohne Taschenrechner gelöst werden.

Antwort:

Hier ist ein Entwurf für eine Klausur im Mathematik-Studium, die sich mit den Themen Matrizen, Determinanten, linearen Gleichungssystemen und Eigenwerten von Vektorraumhomomorphismen befasst. Die Klausur ist auf eine Bearbeitungszeit von 90 Minuten ausgelegt und darf ohne Taschenrechner gelöst werden.

1. Aufgabe 1: Matrizen (20 Punkte)

Gegeben ist die Matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

1. Bestimmen Sie die Rang der Matrix  $A$ .
2. Bestimmen Sie die Transponierte  $A^T$ .
3. Berechnen Sie  $A^2 = A \cdot A$ .

2. Aufgabe 2: Determinanten (20 Punkte)

Gegeben ist die Matrix

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

1. Berechnen Sie die Determinante von  $B$ .
2. Überprüfen Sie, ob  $B$  invertierbar ist. Begründen Sie Ihre Antwort.

3. Aufgabe 3: Lineare Gleichungssysteme (25 Punkte)

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + 3z = -2 \\ 3x + y + 4z = 5 \end{cases}$$

1. Schreiben Sie das Gleichungssystem in Matrixform.
2. Lösen Sie das Gleichungssystem mittels des Gaußschen Eliminationsverfahrens.

4. Aufgabe 4: Eigenwerte und Eigenvektoren (25 Punkte)

Gegeben ist die Matrix  $C = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

1. Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix  $C$ .
2. Bestimmen Sie die zugehörigen Eigenvektoren.
3. Untersuchen Sie, ob die Matrix diagonalisierbar ist.

Diese Klausur deckt die wichtigsten Konzepte ab und stellt eine gute Herausforderung für Studierende dar. Falls du Anpassungen oder zusätzliche Aufgaben möchtest, sag einfach Bescheid!