

Klausur „Mathematik CII“, 27. Juli 2026

Vorname	1	2	3	4	5	6	7	gesamt
Nachname								
Matrikelnr.	Note							

Hinweise: Bearbeitungszeit ist 08:15 Uhr – 09:45 Uhr. Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner, Mitschriften aus Vorlesungen und Übungen, das Skript zur Vorlesung und ein Tafelwerk mit nicht mehr als ca. 250 Seiten. Bitte geben Sie stets den Rechenweg an, nicht nur das Ergebnis.

Aufgabe 1 (2 Punkte). Sei $f(u, v) = \frac{u^3}{v} + \sin(u \ln u)$. Berechnen Sie $f_{uv}(u, v)$.

Aufgabe 2 (4 Punkte). Gegeben ist das Kurvenintegral

$$K = \int_{\Gamma} (y e^x + 2x) dx + e^x dy$$

für den Weg Γ mit $x(t) = \sqrt{t}$ und $y(t) = t^2$ für $t \in [0, 1]$.

- (a) Zeigen Sie, dass das Integral wegunabhängig ist.
- (b) Bestimmen Sie eine Stammfunktion.
- (c) Bestimmen Sie den Wert des Integrals.

Aufgabe 3 (4 Punkte). Bestimmen Sie mit Hilfe der Lagrange-Funktion die Extremwerte von $f(x, y) = (x + y)y$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

Aufgabe 4 (2 Punkte). Bestimmen Sie $\alpha \in \mathbb{R}$, so dass der Vektor $x = (2, \alpha, 1, 3)^T$ orthogonal zu $y = (1, -3, -\alpha, 2)^T$ ist.

Aufgabe 5 (3 Punkte). Sei $T(x, y) = 20 - 2x^2 - \frac{1}{2}y$ mit $x(t) = \cos(t)$ und $y(t) = t^2$. Bestimmen Sie mit Hilfe der Kettenregel $\frac{dT}{dt}$ als Funktion von t und werten Sie diese für $t = 1$ aus.

Aufgabe 6 (4 Punkte). Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang von A sowie zwei linear unabhängige Vektoren, die im Kern von A liegen.

Aufgabe 7 (3 Punkte). Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & 7 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie a so, dass ein Eigenwert von A genau das Doppelte des anderen Eigenwerts ist.