Klausur „Mathematik CII“, 15. Juli 2024

Vorname ....

Nachname ....

Matrikelnr. ....

1	2	3	4	5	6	7	gesamt
						Note	

Hinweise: Bearbeitungszeit ist von 08:15 Uhr bis 09:45 Uhr. Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner, Mitschriften aus Vorlesungen und Übungen, das Skript zur Vorlesung und ein Tafelwerk mit nicht mehr als ca. 250 Seiten. Bitte geben Sie stets den vollständigen Rechenweg an, nicht nur das Ergebnis.

Aufgabe 1 (2 Punkte). Sei $f(x,y) = e^x \sin(xy)$. Berechnen Sie die gemischte partielle Ableitung $f_{xy}(x,y)$.

Aufgabe 2 (4 Punkte). Gegeben ist Kurvenintegral

$$K = \int_\Gamma \frac{2x}{x^2+y}\,\mathrm{d}x + \left(\frac{1}{x^2+y} + 1\right)\mathrm{d}y$$

für den Weg Γ mit $x(t) = t$ und $y(t) = t^2$ für $t \in [1,2]$.

(a) Zeigen Sie, dass das Integral wegunabhängig ist.

(b) Bestimmen Sie eine Stammfunktion.

(c) Bestimmen Sie den Wert des Integrals.

Aufgabe 3 (4 Punkte). Stellen Sie die $f(x,y) = 5x+12y$ durch Höhenlinien im Bereich $-2 \leq x \leq 2$ und $-2 \leq y \leq 2$ graphisch dar. Bestimmen Sie Extremwerte von $f(x,y)$ unter der Nebenbedingung $x^2+y^2-1=0$.

Aufgabe 4 (2 Punkte). Bestimmen Sie $\alpha \in \mathbb{R}$, so dass der Vektor $x = (1,\alpha,2,4)^T$ orthogonal zu $y = (3,1,-\alpha,1)^T$ ist.

Aufgabe 5 (2 Punkte + 1 Zusatzpunkt). Sei $A \in \mathbb{R}^{4,5}$ und $B \in \mathbb{R}^{7,2}$ und gelte $Y = (AXB)^T$. Welche Dimension hat X? Zusatz: Welche Dimension hat Y?

Aufgabe 6 (4 Punkte). Bestimmen Sie

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

durch Entwickeln nach der 4. Zeile.

Aufgabe 7 (4 Punkte). Bestimmen Sie $z \in \mathbb{R}$, so dass

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ z & z+2 \end{pmatrix}$$

rein imaginäre Eigenwerte hat.