

Vorname: Name:

Matrikelnummer: Studienrichtung:

Aufgabe	1	2	3	4	gesamt	Note
Punkte						

Hinweise: Bearbeitungszeit ist von 10¹⁵ Uhr bis 11⁴⁵ Uhr. Zugelassene Hilfsmittel sind: Taschenrechner, Mitschriften aus Vorlesungen und Übungen, das Skript zur Vorlesung und ein Tafelwerk mit nicht mehr als ca. 250 Seiten. Bitte geben Sie stets den vollständigen Rechenweg an. Ergebnisse ohne Rechenweg werden nicht bewertet.

Aufgabe 1 **(6 Punkte)**

Bestimmen Sie alle Extrema (Art und Lage) der Funktion

$$z(x, y) = x^3 + xy^2 + \frac{3}{2}x^2 + y^2$$

Aufgabe 2 **(6 Punkte)**

Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_K \frac{1}{x-y} ds,$$

wobei K der zwischen den Punkten $(0, -2)$ und $(4, 0)$ liegende Teil der Geraden $y = \frac{1}{2}x - 2$ ist.

Aufgabe 3 **(11 Punkte)**

Gegeben sei das vom Parameter p abhängige lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -16 \\ 11 \\ p \end{pmatrix}$$

- (a) Bestimmen Sie die Determinante $\det(A)$, den Rang der Koeffizientenmatrix $rg(A)$, sowie den Rang der erweiterten Koeffizientenmatrix $rg(A|b)$ in Abhängigkeit von p .
- (b) Für welche Werte von p ist das Gleichungssystem $Ax = b$ nicht lösbar?
- (c) Für welche Werte von p hat das Gleichungssystem $Ax = b$ genau eine Lösung? Geben Sie diese dann an.
- (d) Für welche Werte von p hat das Gleichungssystem $Ax = b$ unendlich viele Lösungen? Geben Sie diese dann alle an.
- (e) Geben Sie eine Basis des Kerns der Matrix A an.

Aufgabe 4 **(7 Punkte)**

Bestimmen Sie alle Eigenwerte $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ sowie die zugehörigen Eigenvektoren der Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Sind die Eigenvektoren paarweise zueinander orthogonal?