

Nr. Vorname: Name:

1 Matrikelnummer: Studienrichtung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	gesamt
Punkte						

Hinweise: Bearbeitungszeit ist von 8¹⁵ Uhr bis 9⁴⁵ Uhr. Zugelassene Hilfsmittel sind: Taschenrechner, Mitschriften aus Vorlesungen und Übungen, das Skript zur Vorlesung und ein Tafelwerk mit nicht mehr als ca. 250 Seiten. Die Ergebnisse werden unter Angabe der untenstehenden persönlichen Klausurnummer im StudIP bekannt gegeben.

Aufgabe 1

(4 Punkte)

Berechnen Sie das Kurvenintegral 2. Art

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{x + y^2 + 1} dx + \frac{2y}{x + y^2 + 1} dy$$

entlang des Weges Γ gegeben durch $x(t) = t^2$ und $y(t) = t$ für $t \in [0, 1]$. Ist das Integral wegunabhängig?

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x, y) = x + 2y$ auf lokale Extrema unter der Nebenbedingung $g(x, y) = x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Gegeben sind die Vektoren

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad z = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Stellen Sie den Vektor z als Linearkombination von x und y dar, d. h., bestimmen Sie Parameter $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ so, dass $z = \alpha x + \beta y$ gilt.

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Berechnen Sie die Inverse zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & a \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

wobei $a \in \mathbb{R}$ ein freier Parameter ist.

Aufgabe 5

(4 Punkte + 2 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie die Eigenwerte und die dazugehörigen Eigenvektoren für die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Zusatz: Berechnen Sie A^7 .

