Aufgabe 1 $P = \frac{1}{x+y^2+1}$, $P_y = -\frac{2y}{(x+y^2+1)^2}$ (8.7.2011)

$Q = \frac{2y}{x+y^2+1}$, $Q_x = -\frac{2y}{(x+y^2+1)^2}$ ↑ gleich ⇒ wegunabhängig

$F = \int P\,dx = \ln(x+y^2+1) + C(y) \Rightarrow \frac{2y}{x+y^2+1} + C'(y) \overset{!}{=} Q \Rightarrow C'(y) = 0$

$\Rightarrow \underline{F = \ln(x+y^2+1) + k}$ $\int P\,dx + Q\,dy = F\Big|_{(0,0)}^{(1,1)} = \underline{\ln(3)}$

Aufgabe 2 $H = x + 2y + \lambda(x^2+y^2-5)$, $\begin{aligned} H_x &= 1+2\lambda x = 0 \\ H_y &= 2+2\lambda y = 0 \\ H_\lambda &= x^2+y^2-5 = 0 \end{aligned} \Rightarrow y = 2x$ und $x^2+4x^2-5=0$

$\Rightarrow x^2 = 1$

Anf.: Kritische Punkte sind $(x,y) = (1,2)$ und $(-1,-2)$.

Aufgabe 3 $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & 4 \end{array}\right) \Rightarrow \underline{\alpha = 2,\ \beta = -1}$

Aufgabe 4 $\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & -1-a & \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & -1 \end{array}\right)$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{A^{-1}}$

Aufgabe 5

$\det(A - \lambda E) = \lambda^2 - 2\lambda - 3 = (\lambda-3)(\lambda+1) \Rightarrow \lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -1$

$V_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $V_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $A^7 = \begin{pmatrix} 1093 & 1094 \\ 1094 & 1093 \end{pmatrix}$