

Vorname: Name:

Matrikelnummer: Studienrichtung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	gesamt
Punkte						

Hinweise: Bearbeitungszeit ist von 11¹⁵ Uhr bis 13⁰⁰ Uhr. Zugelassene Hilfsmittel sind: Taschenrechner, Mitschriften aus Vorlesungen und Übungen, das Skript zur Vorlesung und ein Tafelwerk mit nicht mehr als ca. 250 Seiten.

Aufgabe 1 (4 Punkte + 2 Zusatzpunkte)

(a) Sei i die imaginäre Einheit mit $i^2 = -1$. Bestimmen die Lösung $a \in \mathbb{R}$ der Gleichung

$$\operatorname{Re} \left(\frac{5 + i}{a - i} \right) = 0.$$

(b) Bestimmen Sie die exponentielle Form der komplexen Zahl $z = (2 + i)(3 + i)$.

Zusatz: Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen in exponentieller Form, $w = re^{i\varphi}$, der Gleichung $w^3 = 3 + i$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim_{y \rightarrow \infty} \exp \left(\frac{\ln(y^3)}{\sqrt{y}} - 1 \right)$ (b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arctan(x - 2)}{x^2(x - 2)}$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben ist das Polynom $p(x) = x^3 + x^2 + ax - 12$.

- a) Berechnen Sie mit Polynomdivision $p(x)/(x + 2)$
- b) Bestimmen Sie die Konstante a so, dass das Polynom $p(x)$ eine Nullstelle bei -2 hat.
- c) Berechnen Sie die restlichen Nullstellen mit dem a aus Teilaufgabe b).

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Berechnen Sie den Wert der vierten Ableitung von $f(x)$ an der Stelle $x = 3$.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem für die Differentialgleichung

$$y'(t) = -y(t) + \exp(2t), \quad y(0) = 1$$

und geben Sie $y(5)$ an.