

Aufgabe 1 a) $\frac{5+i}{a-i} = \frac{1}{a^2+1} (5a-1+i(\dots))$ hat Realteil null,
genau dann, wenn $\underline{a = \frac{1}{5}}$.

b) $(2+i)(3+i) = 6-1+i(2+3) = 5(1+i) = \underline{5 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{i \frac{\pi}{4}}}$

Zusatz: $3+i = \sqrt{10} e^{i\varphi}$ mit $\varphi = \arctan(1/3)$.

$\Rightarrow \omega_k = \sqrt[10]{10} e^{i(\varphi+2\pi k)/3}$ mit $k=1, 2$ und 3

Aufgabe 2 a) $\lim_{y \rightarrow \infty} 3 \frac{\ln(y)}{\sqrt{y}} = 0 \Rightarrow \lim_{y \rightarrow \infty} \exp\left(\frac{\ln(y^3)}{\sqrt{y}} - 1\right) = \underline{e^{-1}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arctan(x-2)}{x^2(x-2)} = \frac{1}{8}$ oder $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\arctan(y)}{y} = \underline{\frac{1}{8}}$

Aufgabe 3: a) $(x^3+x^2+ax-1) : (x+2) = x^2-x+a+2$ Rest $-2a-16$

b) \Rightarrow teilbar $\Leftrightarrow \underline{a = -9}$

c) $x^2-x-6=0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{24}{4}}$, $\underline{x_1 = 3, x_2 = -2}$

Aufgabe 4 $f(x) = \frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1} = 1 - (x+1)^{-1}$

$f'(x) = + (x+1)^{-2}$, $f''(x) = -2(x+1)^{-3}$, $f'''(x) = +6(x+1)^{-4}$

$f^{(4)}(x) = -24(x+1)^{-5}$, $f^{(4)}(3) = -\frac{24}{2^{10}} = -\frac{3}{2^7} = \underline{-\frac{3}{128}}$

Aufgabe 5 $y' = -y + e^{2t}$, lin. Dgl., $\varphi_h = e^{-t}$, Ansatz $y = e^{-t} C(t)$

$\Rightarrow C' e^{-t} = e^{2t} \Rightarrow C = \frac{1}{3} e^{3t} + k$, $y(0) = 1 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \underline{y(t) = \frac{1}{3}(e^{2t} + 2e^{-t})}$ $\underline{y(5) = \frac{1}{3}(e^{10} + 2e^{-5})}$