Klausur: Mathematik I für Chemiker und Biochemiker 1. April 2011

Nr.	Vorname:	Name: ....
1	Matrikelnummer:	Studienrichtung: ....

Aufgabe	1	2	3	4	5	gesamt
Punkte						

Hinweise: Bearbeitungszeit ist von $10^{\underline{15}}$ Uhr bis $12^{\underline{00}}$ Uhr. Zugelassene Hilfsmittel sind: Taschenrechner, Mitschriften aus Vorlesungen und Übungen, das Skript zur Vorlesung und ein Tafelwerk mit nicht mehr als ca. 250 Seiten. Die Ergebnisse werden unter Angabe der untenstehenden persönlichen Klausurnummer in StudIP bekannt gegeben.

$z = 5\sqrt{5}\, e^{i \arctan 11/2}$

Aufgabe 1 **(4 Punkte)**

Sei $z = 2 + 11i$ mit $i^2 = -1$.

$(2+11i)^2 = -117+44i$

(a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von z^2.

(b) Berechnen Sie die exponentielle Darstellung von z, und bestimmen Sie damit alle Lösungen w der Gleichung $w^3 = z$.

$\omega_k = \sqrt[3]{5\sqrt{5}}\; e^{i(\arctan 11/2 + k2\pi)/3}$

Aufgabe 2 **(4 Punkte+3 Zusatzpunkte)**

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim_{x\to\pi} \frac{1}{e^x}$, $\quad$ (b) $\lim_{t\to 0} t(\ln t)^2$ $\quad$ (Zusatz) $\lim_{x\to\infty} \frac{\log_{10}(x^x)}{x \ln x}$.

$= 1/e^{\pi} \approx 0.04321$

$= \lim_{t\to 0} \frac{(\ln^2 t)'}{(1/t)'} = \lim_{t\to 0} \frac{\frac{1}{t} 2 \ln t}{-1/t^2} = 0$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{x \log_{10}(x)}{x \ln x} = \frac{1}{\ln(10)}$

Aufgabe 3 **(4 Punkte)**

Bestimmen Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens eine numerische Lösung der Gleichung

$$z + \ln z - 5 = 0.$$

Verwenden Sie als Startnäherung $z_0 = 1$ und geben Sie z_1, z_2 und z_3 an.

$z_1 = 3,\ z_2 = 3.67604\ldots,\ z_3 = 3.69344\ldots$

Aufgabe 4 **(3 Punkte)**

Bestimmen Sie das unbestimmte Integral

$$\int x\cos(x^2)\,dx = \int x \cos(t)\,\frac{dt}{2x} = \frac{1}{2}\sin(x^2) + C$$

$\frac{dt}{dx} = 2x$

mit Hilfe der Substitution $t = x^2$.

Aufgabe 5 **(5 Punkte)**

Bestimmen Sie allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'(t) = y(t)^2(\sin(t) + 2\cos(t))$$

durch Trennung der Variablen. Bestimmen Sie anschließend die Lösung zum Anfangswert $y(0) = a$ mit $a \in \mathbb{R}$.

$\int \frac{1}{y^2}\,dy = \int \sin t + 2\cos t\,dt$

$\Rightarrow y = \frac{1}{C + \cos t - 2\sin t}$ $\quad$ $y(0) = a \Rightarrow C = \frac{1-a}{a}$

Abschneiden und mitnehmen

Klausur-Nr.: 1