Mengen

Eine Zusammenfassung von Objekten wird Menge genannt. Zum Beispiel: $A = \{3,1,2\}$ oder $B = \{☹,☺\}$.

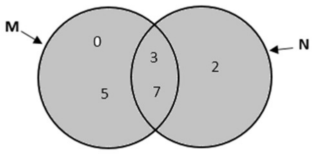
Element oder kein Element - das ist hier die Frage: Die Menge A enthält die Zahlen 1, 2 und 3. Die Menge B enthält zwei Smilies. Man sagt „1 ist Element der Menge A“ und schreibt „$1 \in A$". Die Zahl 4 ist kein Element der Menge A. Man schreibt „$4 \notin A$".

Mächtigkeit: Bei endlichen Mengen bezeichnet die Mächtigkeit die Anzahl der Elemente in einer Menge. A hat die Mächtigkeit 3 und B hat die Mächtigkeit 2. Man schreibt: $|A| = 3$ und $|B| = 2$.

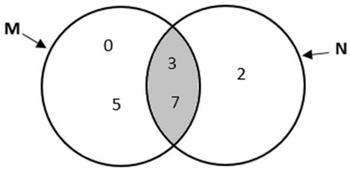
Reihenfolge: Die Reihenfolge, in der die Elemente einer Menge notiert sind, spielt keine Rolle. Die Menge A könnte man also auch so schreiben: $\{1,2,3\}$ oder so: $\{3,2,1\}$.

So wie man zwei Zahlen addieren, subtrahieren usw. kann, kann man auch mit Mengen ein paar Dinge tun. Was genau, wird im Folgenden erläutert.

Vereinigung: In der Vereinigung zweier Mengen sind alle Elemente aus der ersten und alle Elemente aus der zweiten Menge enthalten: $A \cup B = \{1,2,3,$ ☺, ☹$\}$ (Man sagt „A vereinigt B“)

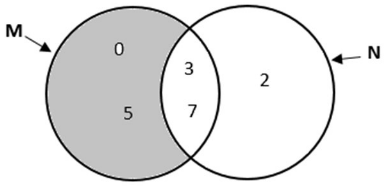


Durchschnitt: Im Durchschnitt zweier Mengen sind nur die Elemente enthalten, die in beiden Mengen „gleichzeitig“ vorkommen. Wir betrachten die Mengen $M = \{0,3,5,7\}$ und $N = \{2,3,7\}$. Der Durchschnitt ist dann: $M \cap N = \{3,7\}$ (Man sagt „M geschnitten N“)

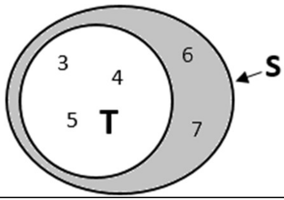


Die Mengen A und B haben keine gemeinsamen Elemente, deshalb ist der Durchschnitt leer: $A \cap B = \{\,\}$. Man nennt die Menge { } die **leere Menge**. Die Mengen A und B werden deshalb **disjunkt** genannt (zwei Mengen sind disjunkt, wenn der Durchschnitt die leere Menge ist). Man kann auch dieses Symbol für die leere Menge benutzen: $\emptyset = \{\,\}$

Differenz: Das Komplement der Menge N in M enthält alle Elemente, die in M liegen, aber nicht in N:
M/N={0,5} (Man sagt „M ohne N“)



Folgender Begriff spielt auch eine wichtige Rolle in der Mengenlehre:
Teilmenge: Wenn eine Menge komplett in einer anderen enthalten ist, so nennt man die erste Menge eine Teilmenge der zweiten: Alle Elemente der Menge $T = \{3,4,5\}$ liegen offensichtlich auch in der Menge $S = \{3,4,5,6,7\}$. Also ist: $T \subseteq S$ (Man sagt „T ist eine Teilmenge von S“).
Andersherum liegen natürlich nicht alle Elemente der Menge S auch in der Menge T (die 6 und die 7 liegen nicht in T). Deshalb gilt: $S \nsubseteq T$.
Komplement: Ist eine Menge T Teilmenge einer Menge S, so kann man das Komplement $\overline{T}$ bilden. Ähnlich wie bei der Different enthält $\overline{T}$ alle Elemente aus S, die nicht in T liegen: $\overline{T} = \{6,7\}$



Aufgaben

1. Gegeben seien die Mengen $A = \{1, 3, \{1,2\}, h\}$ und $B = \{1,2, h\}$
   - **a.** Wie viele Elemente enthält A? Wie viele Elemente enthält B?
   - **b.** Bilde $A \cap B$, $A \cup B$, $A \backslash B$, $B \backslash A$, $A \cup \emptyset$, $A \cap \emptyset$!
   - **c.** Gib eine Menge C an, für die gilt: $C \subset A$, aber $C \nsubseteq B$! Bilde dann $\bar{C}$!