Übungsblatt 2

wird besprochen am: 13.11.2014

Problem 1: Berechnen Sie asymptotische Entwicklungen für folgende Integrale. Benutzen Sie die Methoden der gliedweisen Integration einer Entwicklung des Integranden, die partielle Integration oder die Gamma-Funktion. Zeigen Sie in jedem Beispiel, dass es sich um eine asymptotische Entwicklung handelt.

1. $\int_x^\infty e^{-t^5} dt$ für $x \to 0+$

   Hinweis: Hier wird die Gamma-Funktion nützlich sein.

2. $\int_u^\infty \cos(\theta^3) d\theta$ für $u \to \infty$

   Hinweis: Verwenden Sie die Substitution $t = \theta^3$

Problem 2: Berechnen Sie eine asymptotische Entwicklung für $I(a, \varepsilon) := \int_{-\infty}^\infty e^{-\frac{a}{2}x^2 - \varepsilon x^4} dx$ für $\varepsilon \to 0+$ und mit $a > 0$

Hinweis: Integrieren Sie gliedweise eine asymptotische Entwicklung des Integranden für $\varepsilon \to 0+$ und zeigen Sie, dass das Resultat eine asymptotische Entwicklung für $I(a, \varepsilon)$ für $\varepsilon \to 0+$ ist.

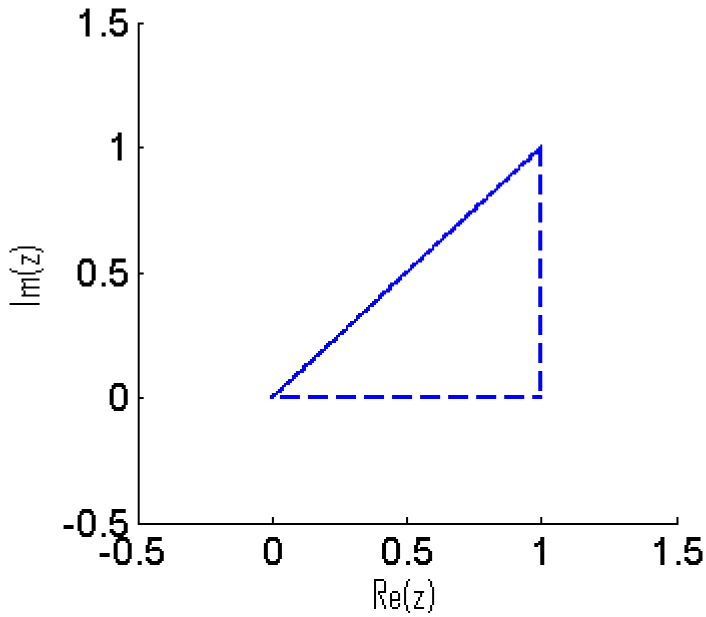
Problem 3: Berechnen Sie die asymptotische Entwicklung von

$$I(x) := \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{1 + xt} dt \quad \text{für} \quad x \to 0+ .$$

mit Hilfe von partieller Integration oder über Integration einer Entwicklung im Integranden.
Bonusaufgabe: Werten Sie (numerisch) die Entwicklung zu N Termen für $N = 3, 4, 5, ..., 26$ in $x = 0.1$ aus und beschreiben Sie die Resultate. Integrieren Sie zum Vergleich $I(0.1)$ numerisch z.B. mit Hilfe der Trapezregel.

Problem 4: Berechnen Sie das komplexe Integral der Funktion $f(z) = \sqrt{z}$ von $z = 0$ nach $z = 1 + i$

entlang von zwei Kurven (1. Kurve = durchgezogene Linie, 2. Kurve = gestrichelte Linie, s. nächste Seite).


1.5
1
0.5
0
-0.5
Im(z)
-0.5
0
0.5
1
1.5
Re(z)